Aufgabe 1 (*Dualraum von $L^\infty(\mathbb{R})$*)
Zeigen Sie, dass $L^1(\mathbb{R})$ eine echte Teilmenge des Dualraums $L^\infty(\mathbb{R})'$ ist.
Hinweis. Betrachten Sie das Dirac-Maß auf dem Unterraum $C^0 \cap L^\infty(\mathbb{R})$.

Aufgabe 2 (*Zur schwachen Konvergenz*)
Seien X, Y Banachräume, $(x_k)_{k\in\mathbb{N}} \subset X$, $(\phi_k)_{k\in\mathbb{N}} \subset X'$. Zeigen Sie:

(i) $x_k \to x \implies x_k \rightharpoonup x$, und $\phi_k \to \phi \implies \phi_k \overset{*}{\rightharpoonup} \phi$.

(ii) $x_k \to x$ und $\phi_k \overset{*}{\rightharpoonup} \phi \implies \phi_k(x_k) \to \phi(x)$.

(iii) $x_k \rightharpoonup x$ und $\phi_k \to \phi \implies \phi_k(x_k) \to \phi(x)$.

(iv) $x_k \rightharpoonup x \implies Tx_k \to T_x$ für alle $T \in L(X,Y)$.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 5.12.2011 vor der Vorlesung.